

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 05.02.2019

Parte I - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

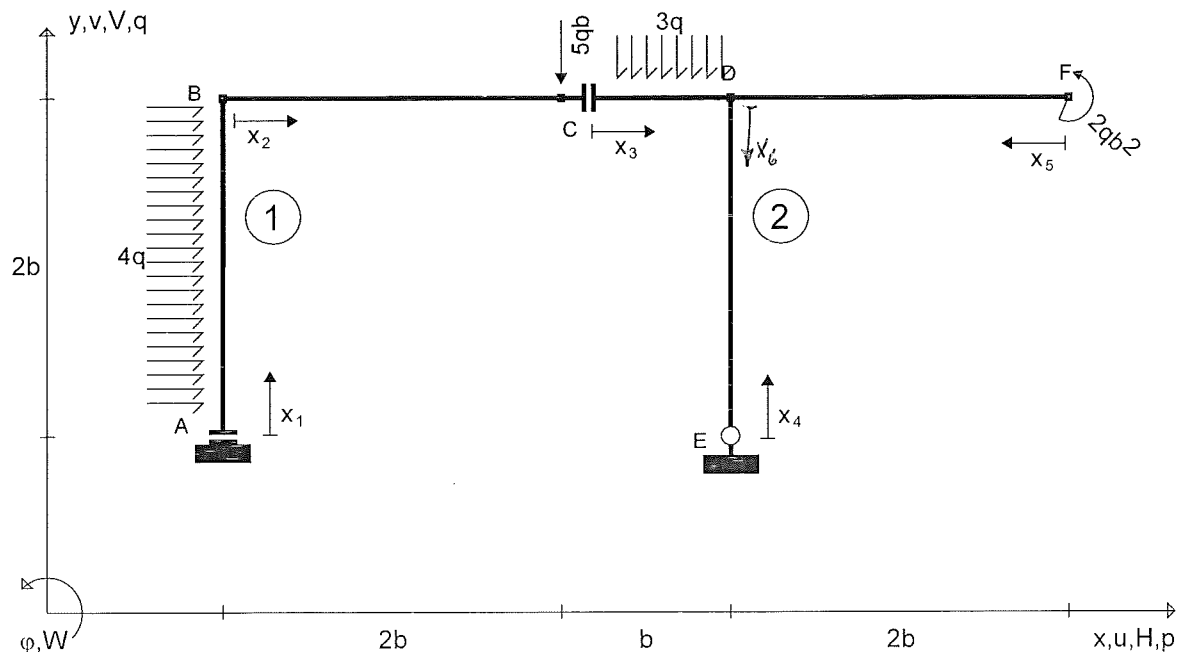
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*001



Bq. ausiliaria $R_y^{(1)} = 0$ o $R_y^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

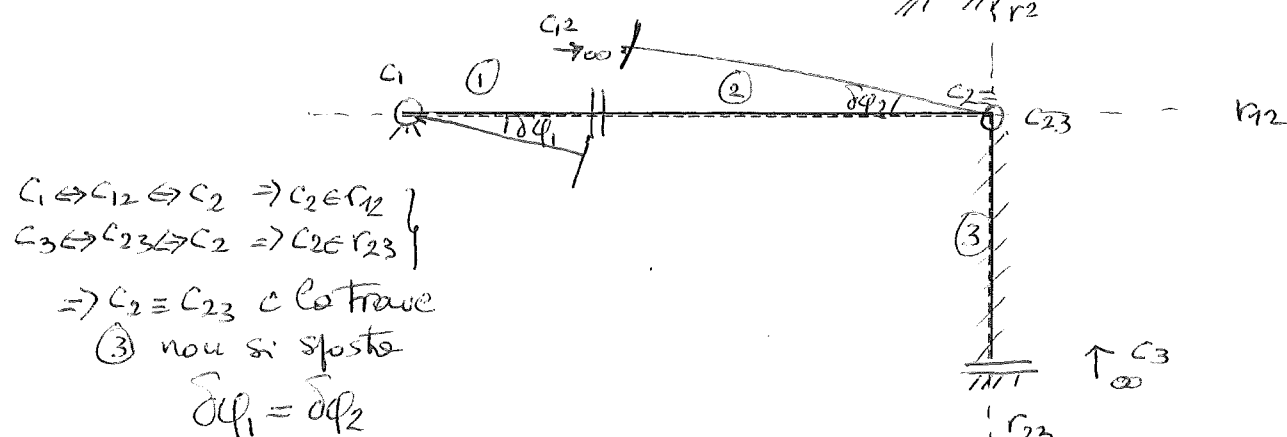
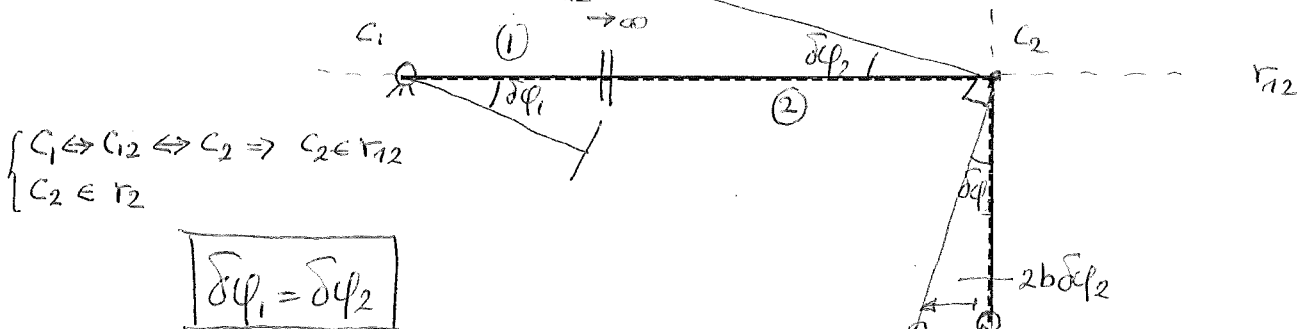
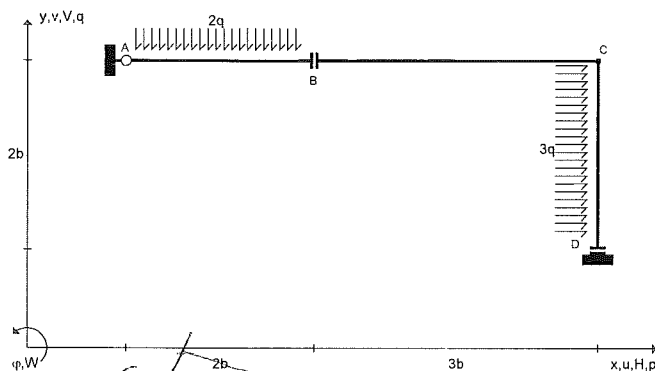
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*005



$$M_D(\varphi) = -2ab^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, 0); C_{12} = (0, 0);$$

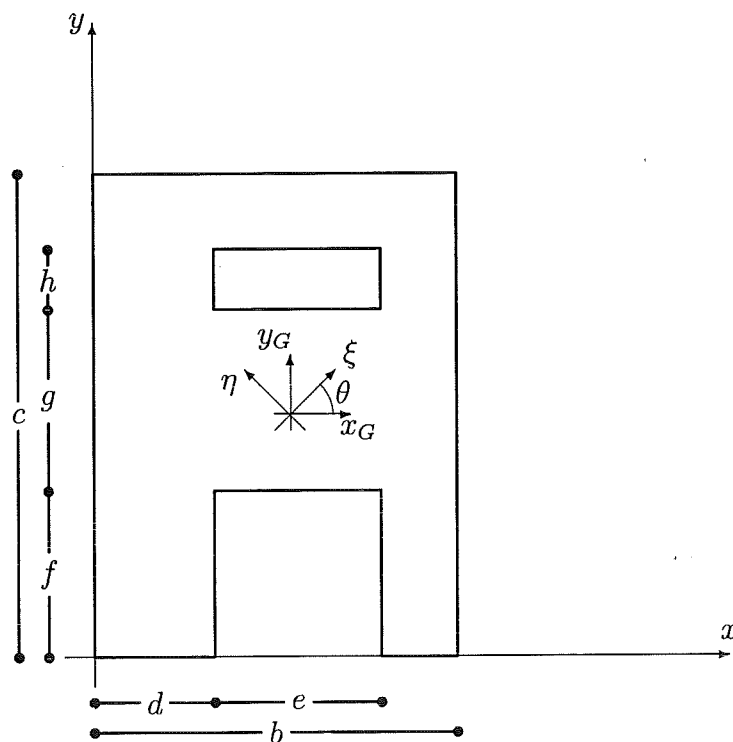
$$v_C = 0; u_D = -2b\delta\varphi_2;$$

$$M_C(\varphi) = +4ab^2; v_C = 0; u_D = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 2a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = a$; $f = 2a$; $g = a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



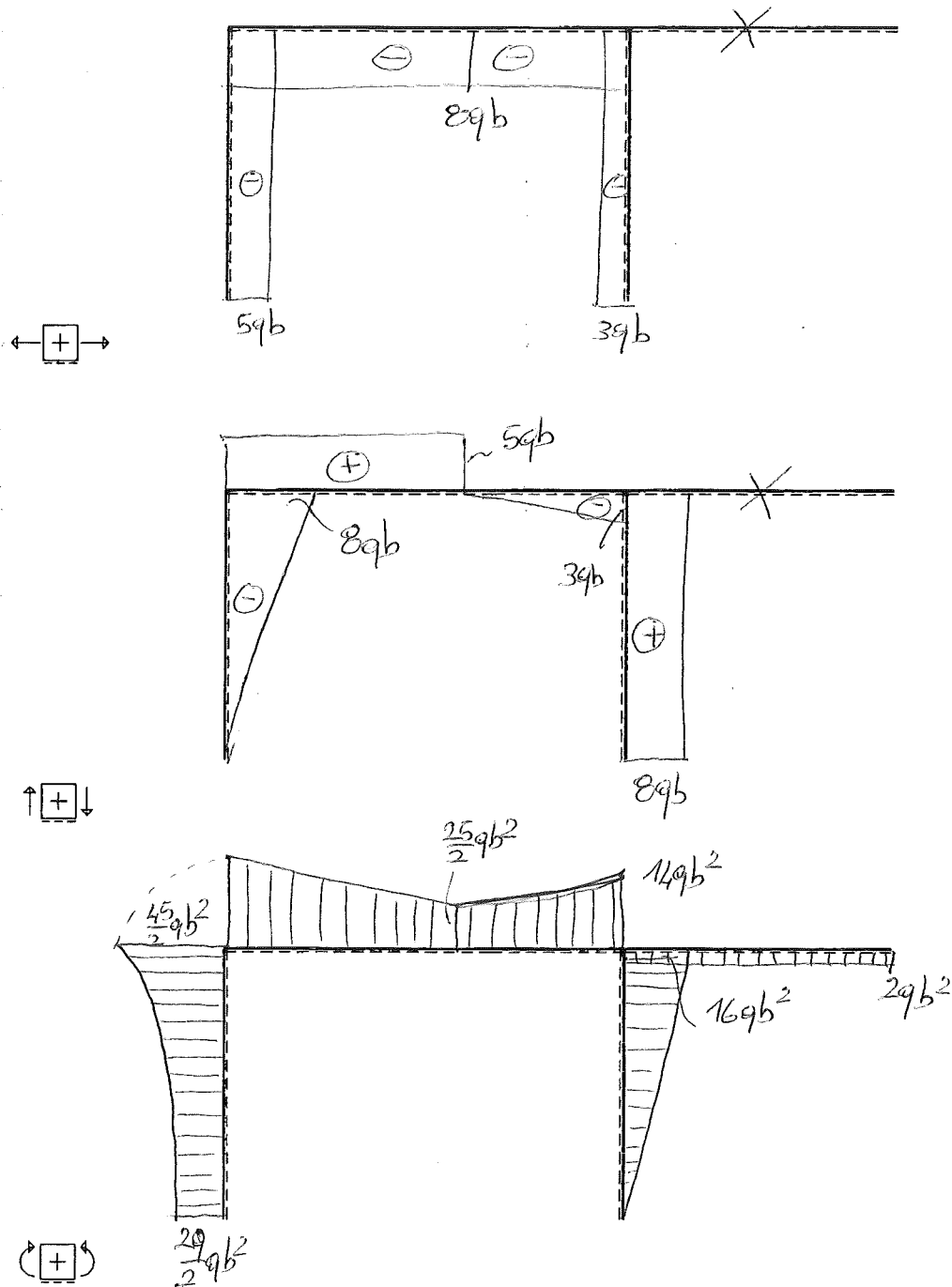
$$S_x = 15a^3; S_y = 4a^3;$$

$$x_G = \frac{2}{3}a = 0.66667a; y_G = \frac{5}{2}a = 2.50000a;$$

$$J_{xG} = \frac{21}{2}a^4 = 10.50000a^4; J_{yG} = \frac{4}{3}a^4 = 1.33333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 \quad (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{21}{2}a^4 = 10.50000a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{4}{3}a^4 = 1.33333a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\uparrow) &= 5qb; & M_A(\circlearrowleft) &= \frac{29}{2}qb^2; & H_E(\rightarrow) &= -8qb; & V_E(\uparrow) &= 3qb; \\
 N_{AB} &= -5qb; & T_{AB} &= -4qx_1; & M_{AB} &= -\frac{29}{2}qb^2 - 2qx_1^2; \\
 N_{BC} &= -8qb; & T_{BC} &= 5qb; & M_{BC} &= -\frac{45}{2}qb^2 + 5qb x_2; \\
 N_{CD} &= -8qb; & T_{CD} &= -3qx_3; & M_{CD} &= -\frac{25}{2}qb^2 - \frac{3}{2}qx_3^2; \\
 N_{ED} &= -3qb; & T_{ED} &= 8qb; & M_{ED} &= \int -8qbx_4 \\
 & & & & & \quad \quad \quad -16qb^2 + 8qb x_6; \\
 N_{FD} &= 0; & T_{FD} &= 0; & M_{FD} &= 2qb^2;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 05.02.2019

Parte I - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

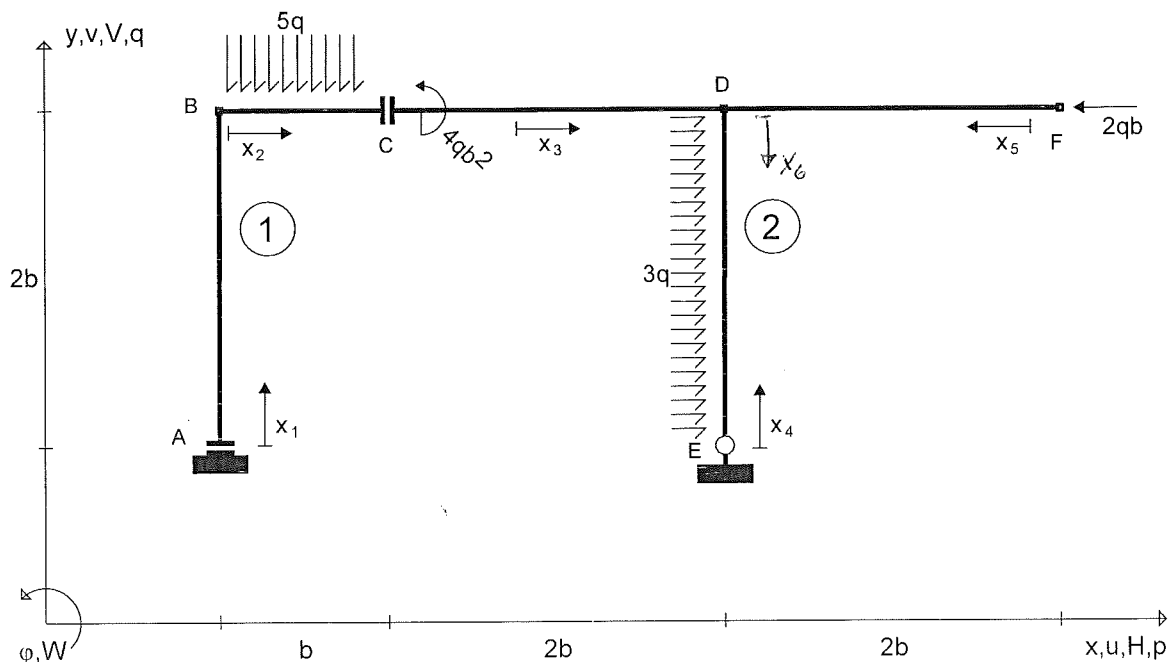
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*002



Eq. ausiliarie: $R_y^{(1)} = 0$ o $R_y^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D, u_D .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto C, M_C .

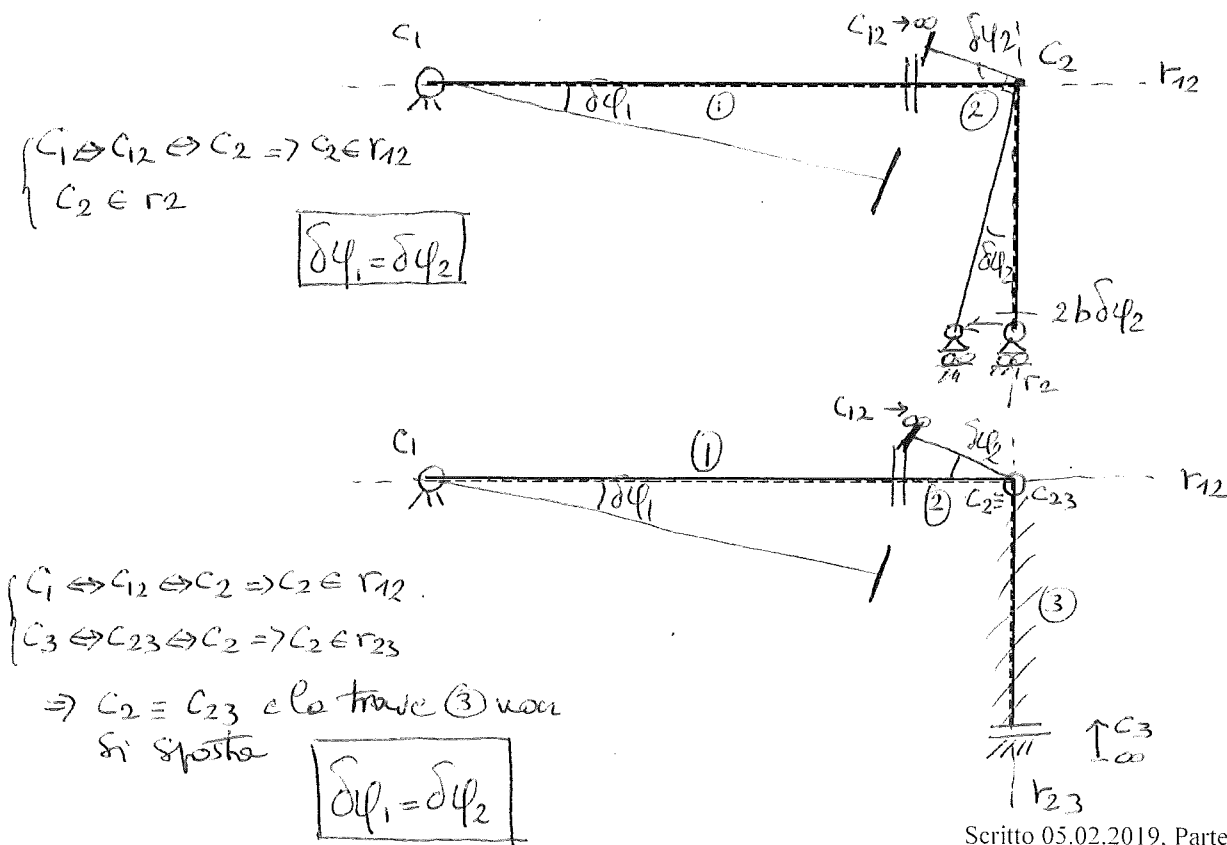
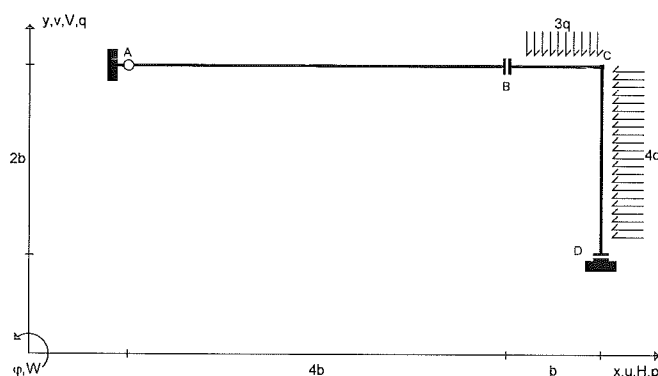
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D, u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*006



$$M_D(\mathcal{A}) = \dots \frac{13}{2} a b^2; C_1 = (\dots, \dots); C_2 = (\dots, \dots); C_{12} = (\dots, \dots);$$

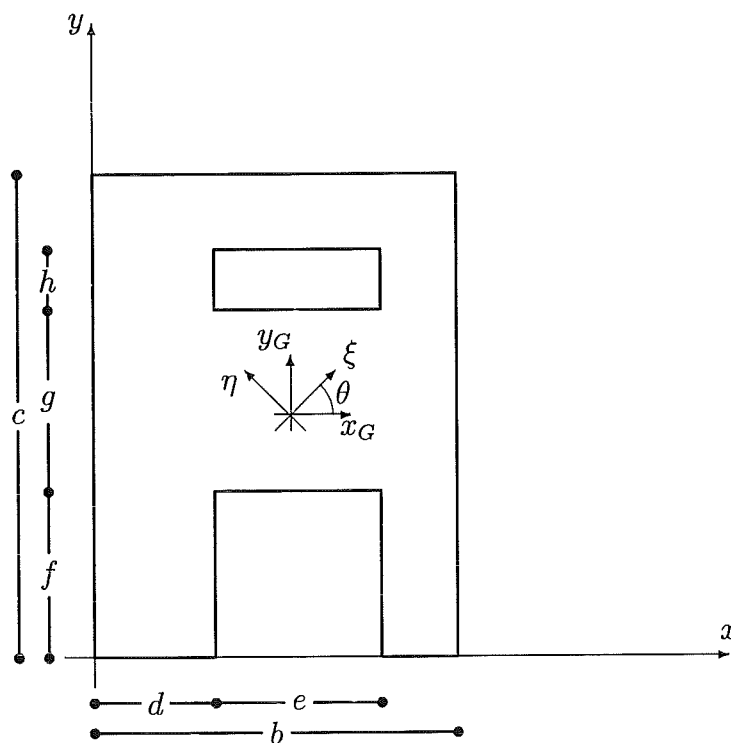
$$v_C = \dots 0; u_D = \dots -2b \sqrt{2};$$

$$M_C(\mathcal{A} \square \mathcal{A}) = \dots \frac{3}{2} a b^2; v_C = \dots 0; u_D = \dots 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 2a$; $c = 6a$; $d = a$; $e = a$; $f = 2a$; $g = 2a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



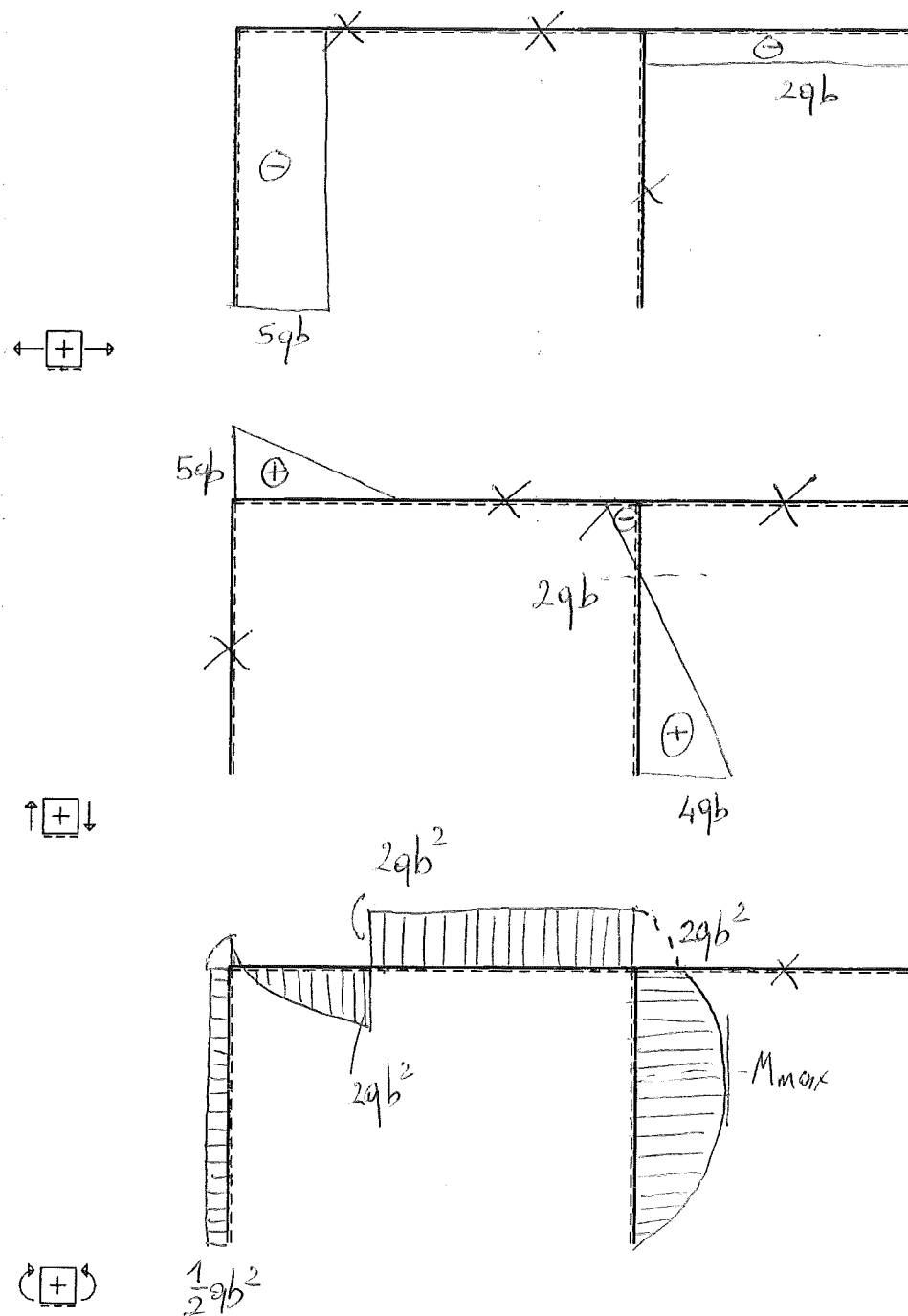
$$S_x = \dots \frac{24}{3} a^3; S_y = \dots 6a^3;$$

$$x_G = \dots \frac{3}{4} a = 0,75000 a; y_G = \dots 3a;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{56}{3} a^4 = 18,66667 a^4; J_{yG} = \dots \frac{13}{6} a^4 = 2,16667 a^4;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0; \tan 2\theta = \dots 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{56}{3} a^4 = 18,66667 a^4; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{13}{6} a^4 = 2,16667 a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 5qb; & M_A (\curvearrowright) &= \frac{1}{2}qb^2; & H_E (\Rightarrow) &= -4qb; & V_E (\uparrow) &= 0; \\
 N_{AB} &= -5qb; & T_{AB} &= 0; & M_{AB} &= -\frac{1}{2}qb^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 5qb - 5qx; & M_{BC} &= -\frac{1}{2}qb^2 + 5qbx - \frac{5}{2}qx^2; \\
 N_{CD} &= 0; & T_{CD} &= 0; & M_{CD} &= -2qb^2; \\
 N_{ED} &= 0; & T_{ED} &= \begin{cases} 4qb - 3qx \\ -2qb + 3qx \end{cases}; & M_{ED} &= \begin{cases} -4qbx + \frac{3}{2}qx^2 \\ -2qb^2 - 2qbx + \frac{3}{2}qx^2 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= -2qb; & T_{FD} &= 0; & M_{FD} &= 0;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 05.02.2019

Parte I - Testo 3

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

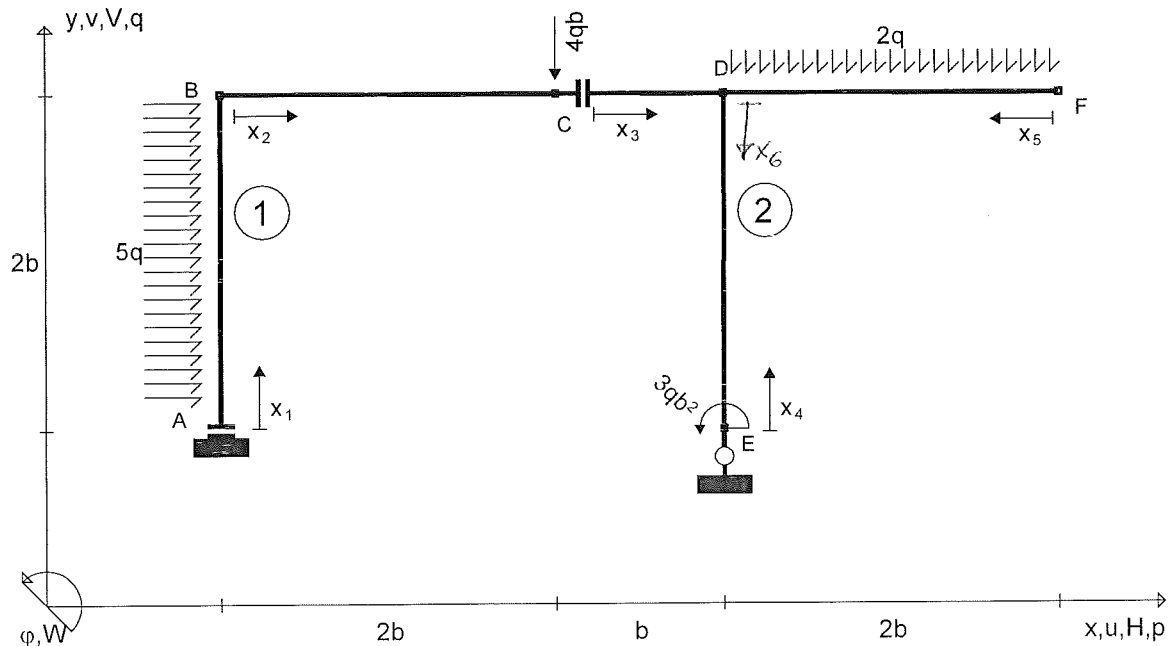
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*003



Eq. ausiliario: $R_y^{(1)} = 0$ o $R_y^{(2)} = 0$.

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto C , M_C .

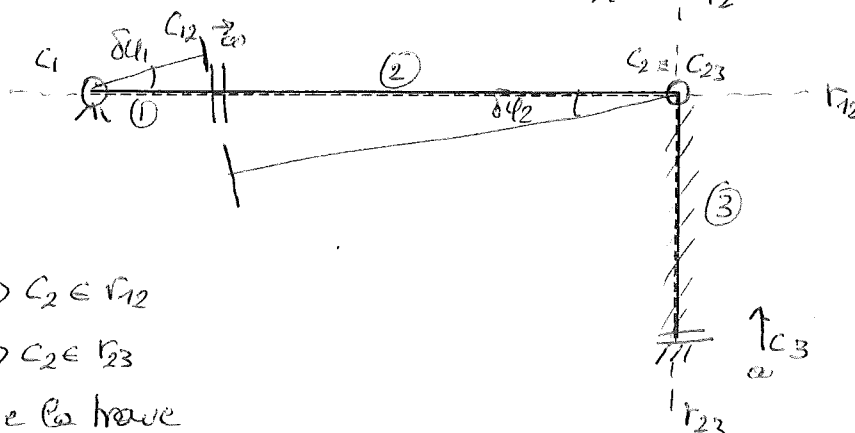
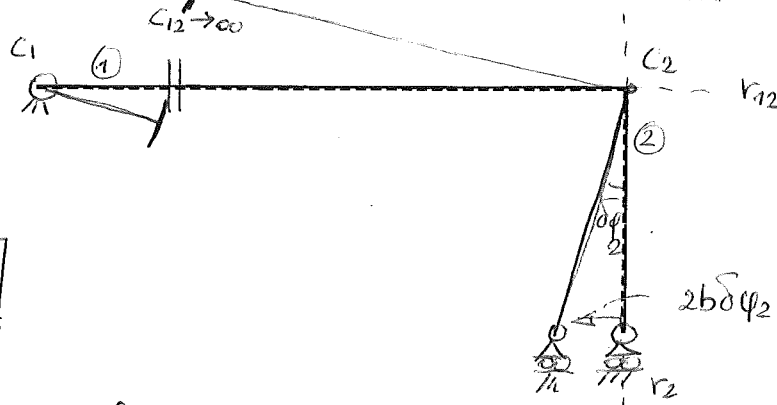
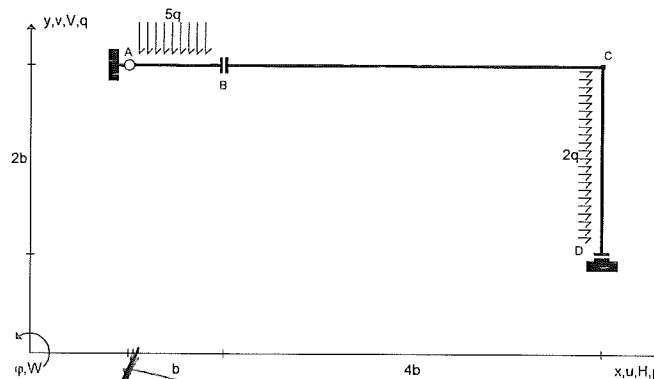
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D , u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*007



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \Rightarrow C_2 \in r_{12} \\ C_2 \in r_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_2 \equiv C_{23} \text{ e } \omega \text{ ha lo stesso valore}$$

③ non si sposta

$$\boxed{\delta\phi_1 = \delta\phi_2}$$

$$M_D(\varphi) = -\frac{3}{2}qb^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, 0); C_{12} = (0, 0);$$

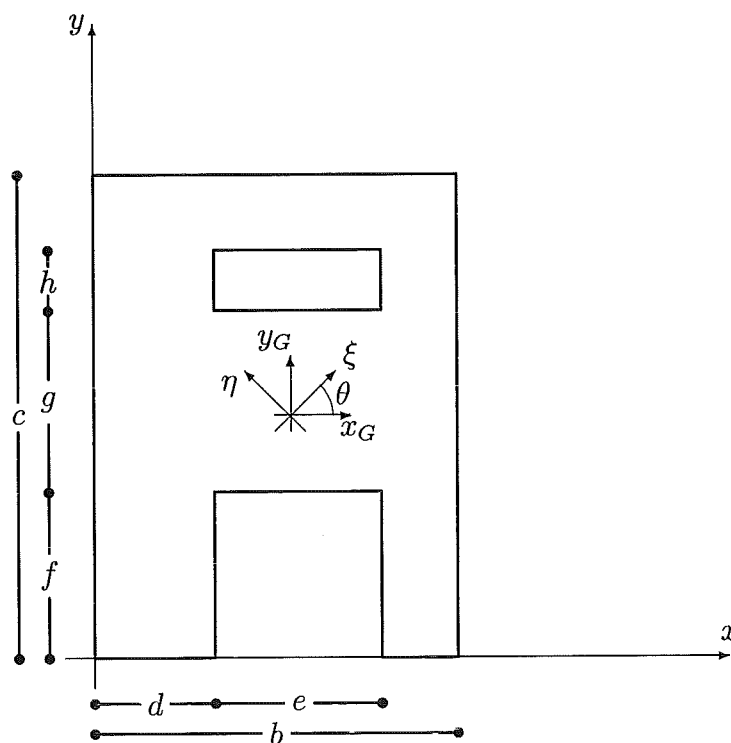
$$v_C = 0; u_D = -2b\delta\varphi_2;$$

$$M_C(\varphi) = +\frac{5}{2}qb^2; v_C = 0; u_D = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 2a$; $c = 7a$; $d = a$; $e = a$; $f = 3a$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



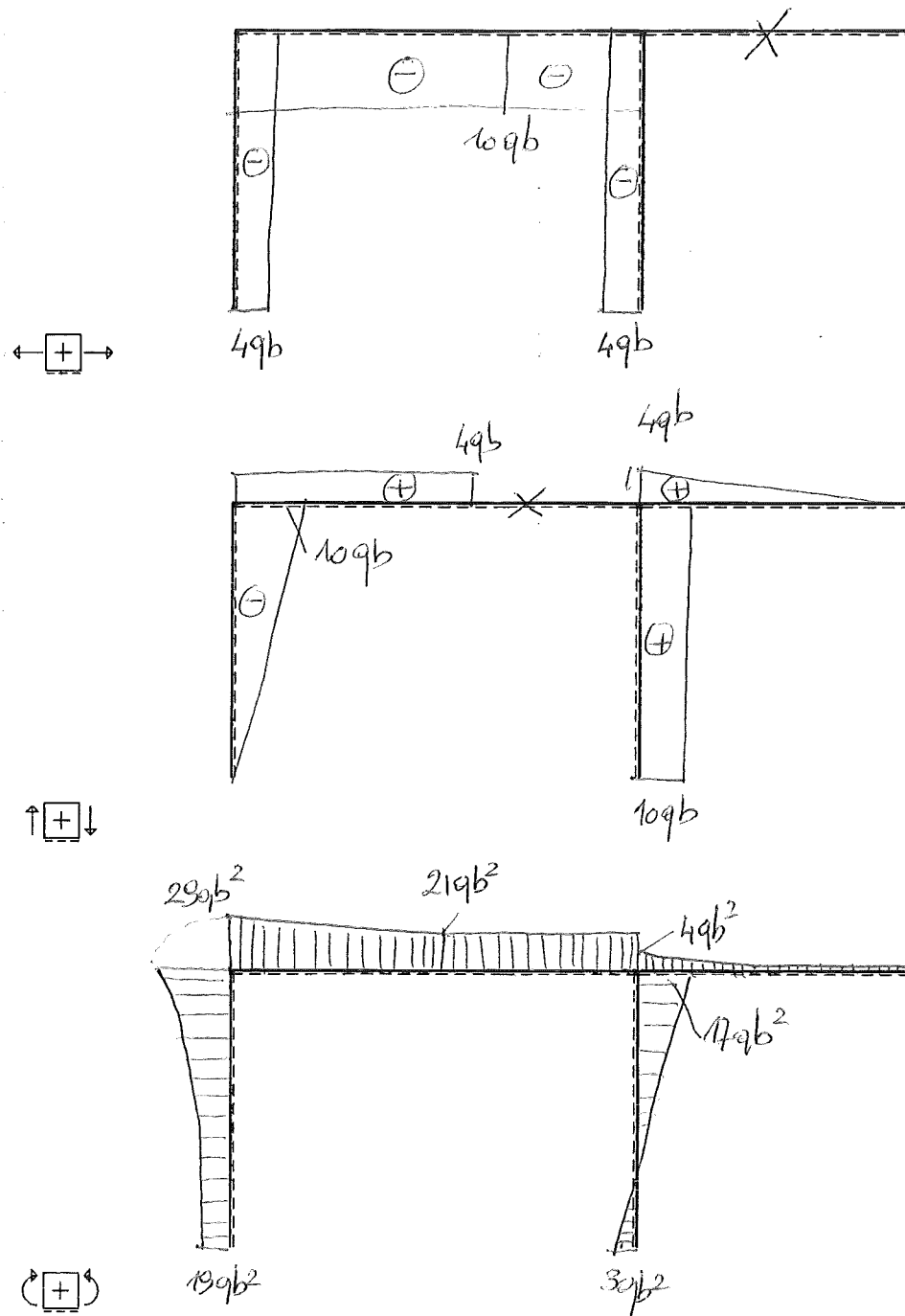
$$S_x = 28a^3; S_y = 5a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{8}a = 0,62500a; y_G = \frac{7}{2}a = 3,50000a;$$

$$J_{xG} = \frac{86}{3}a^4 = 28,66667a^4; J_{yG} = \frac{37}{24}a^4 = 1,54167a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{86}{3}a^4 = 28,66667a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{37}{24}a^4 = 1,54167a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 4qb; \quad M_A (\curvearrowright) = 19qb^2; \quad H_E (\rightarrow) = 10qb; \quad V_E (\uparrow) = 4qb; \\
 N_{AB} &= -4qb; \quad T_{AB} = -5qx_1; \quad M_{AB} = -19qb^2 - \frac{5}{2}qx_1^2; \\
 N_{BC} &= -10qb; \quad T_{BC} = 4qb; \quad M_{BC} = -29qb^2 + 4qb x_2; \\
 N_{CD} &= -10qb; \quad T_{CD} = 0; \quad M_{CD} = -21qb^2; \\
 N_{ED} &= -4qb; \quad T_{ED} = 10qb; \quad M_{ED} = \begin{cases} 3qb^2 - 10qb x_4 \\ -17qb^2 + 10qb x_6 \end{cases}; \\
 N_{FD} &= 0; \quad T_{FD} = 2qx_5; \quad M_{FD} = -qx_5^2;
 \end{aligned}$$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2017-2018

Prova scritta in aula del 05.02.2019

Parte I - Testo 4

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

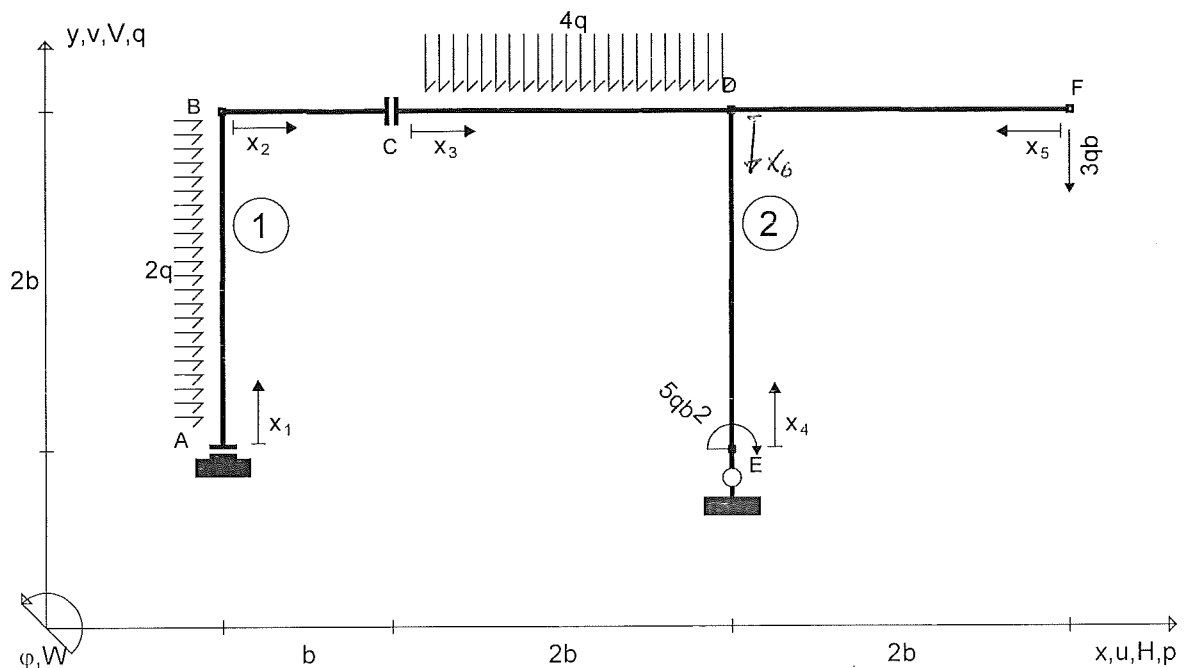
Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*004



Eq. ausiliario: $R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione vincolare M_D applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di:

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta AB), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta BCD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D, u_D .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto C, M_C .

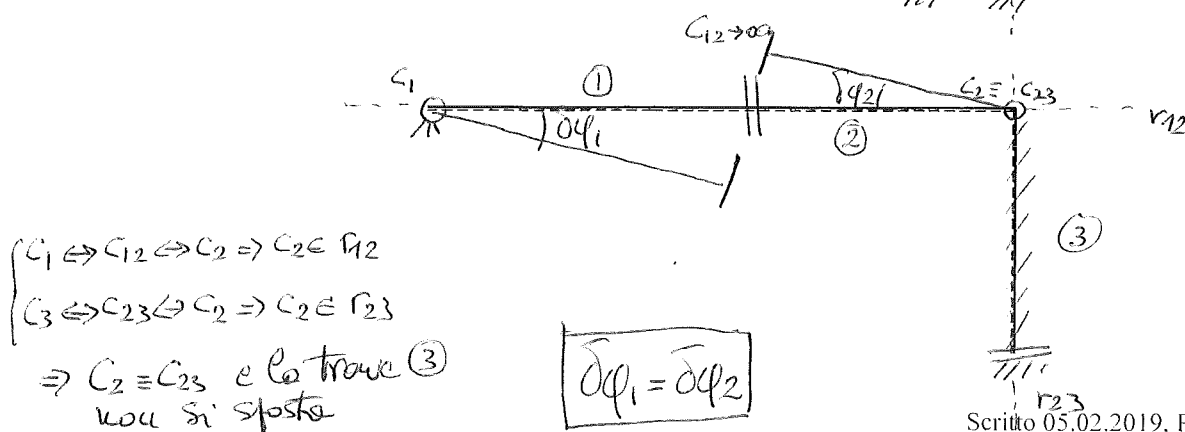
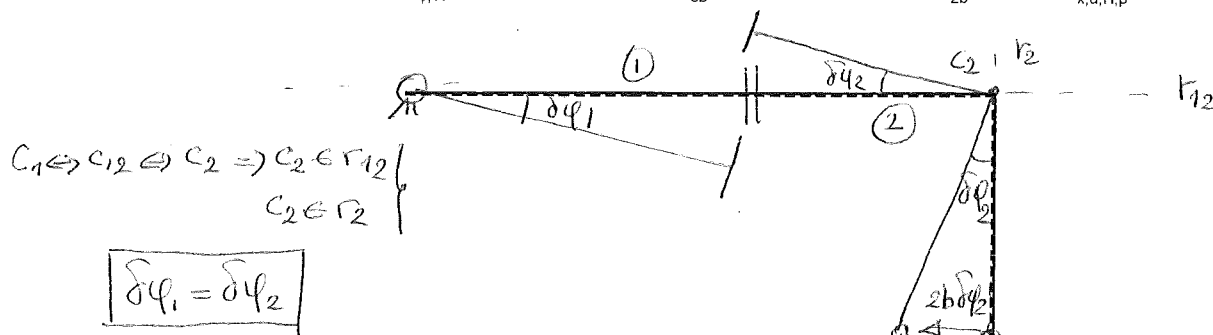
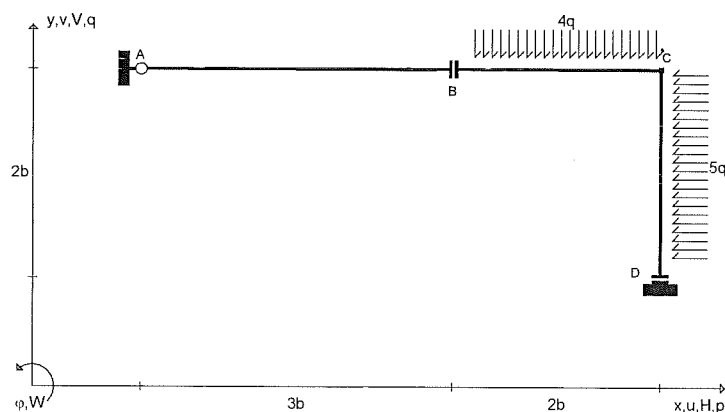
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CD*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C , e quella orizzontale dello spostamento del punto D, u_D .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Università di Cagliari

SdC_SdA 05.02.19*008



$$M_D(\varphi) = \pm 2ab^2; C_1 = (0, 0); C_2 = (5b, 0); C_{12} = (0, 0);$$

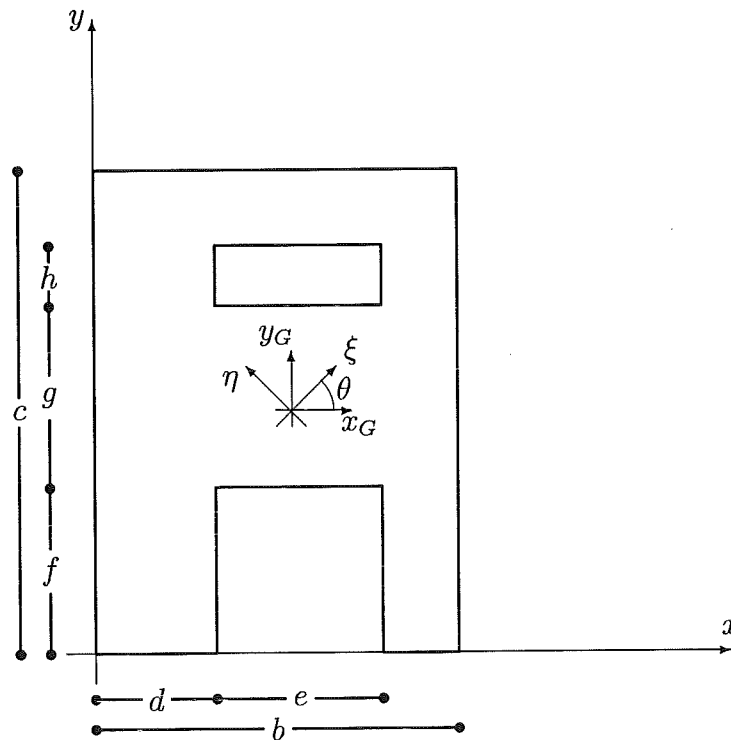
$$v_C = 0; u_D = -2b\delta\varphi_2;$$

$$M_C(\varphi) = -8ab^2; v_C = 0; u_D = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 2a$; $c = 8a$; $d = a$; $e = a$; $f = 3a$; $g = 2a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



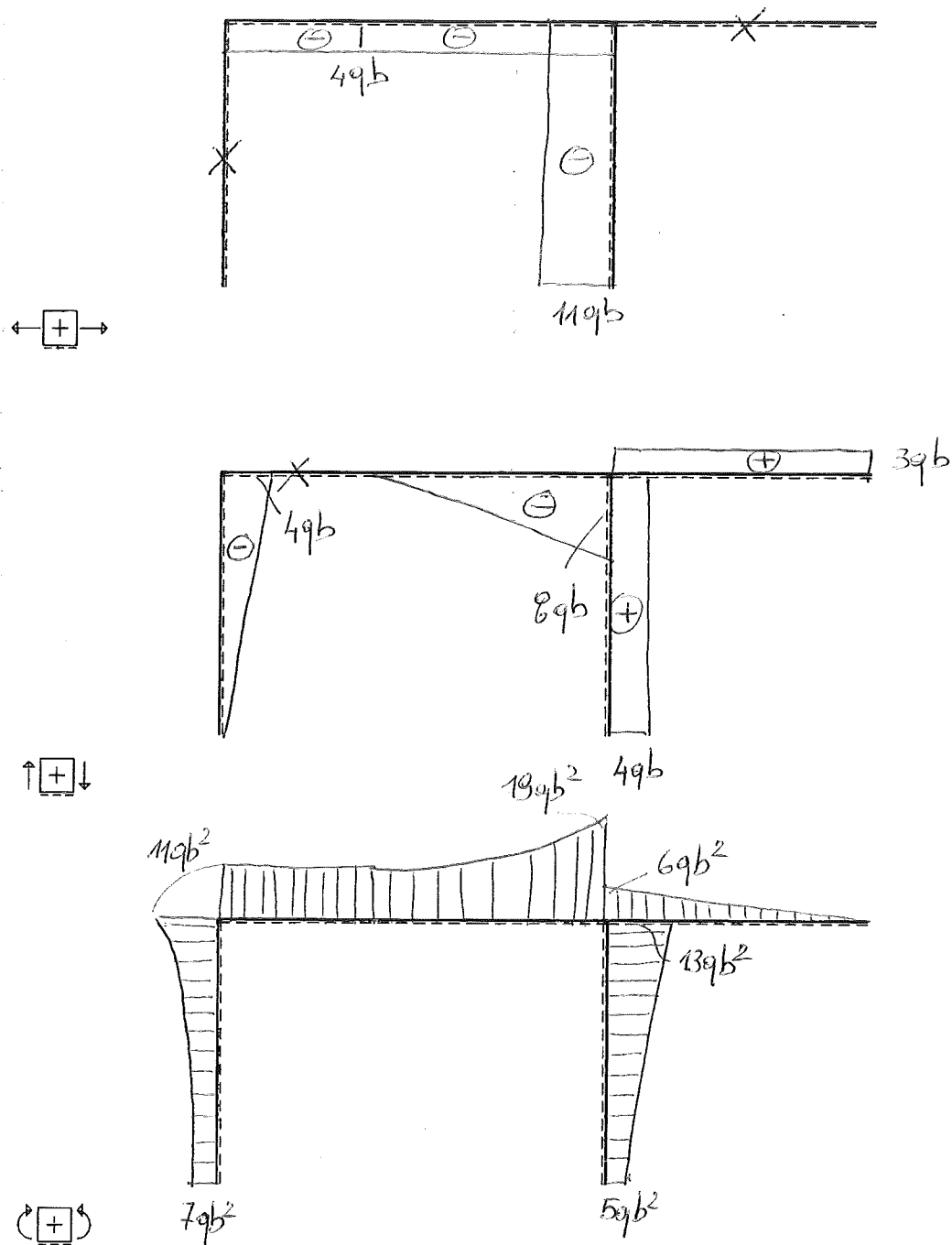
$$S_x = 40a^3; S_y = 7a^3;$$

$$x_G = \frac{7}{10}a = 0.70000a; y_G = 4a;$$

$$J_{xG} = \frac{130}{3}a^4 = 43.33333a^4; J_{yG} = \frac{73}{30}a^4 = 2.43333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0 (\theta = 0^\circ);$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{130}{3}a^4 = 43.33333a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{73}{30}a^4 = 2.43333a^4;$$



$V_A(\uparrow) = 0$; $M_A(\curvearrowright) = 7qb^2$; $H_E(\rightarrow) = -4qb$; $V_E(\uparrow) = 11qb$;			
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -2qx_1$	$M_{AB} = -7qb^2 - qx_1^2$	
$N_{BC} = -4qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -11qb^2$	
$N_{CD} = -4qb$	$T_{CD} = -4qx_3$	$M_{CD} = -11qb^2 - 2qx_3^2$	
$N_{ED} = -4qb$	$T_{ED} = 4qb$	$M_{ED} = \int -5qb^2 - 4qb x_4$	
$N_{FD} = 0$	$T_{FD} = 3qb$	$M_{FD} = -3qb x_5$	